

УДК 539.3
DOI: 10.7868/S25000640250202

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДВУМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВИНЕРА – ХОПФА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КЛИНЕ С ФУНКЦИОНАЛЬНО-КОММУТАТИВНЫМ СИМВОЛОМ ЯДРА

© 2025 г. М.В. Зарецкая¹, А.С. Мухин¹

Аннотация. Дано решение конечной системы двумерных интегральных уравнений Винера – Хопфа, имеющих важные применения в смешанных, в том числе контактных, задачах. В частности, рассматривается уравнение, описывающее контактную задачу о действии жесткого штампа в четверти плоскости на анизотропную деформируемую среду произвольной реологии в предположении функциональной коммутативности матрицы символа, приближенно аппроксимирующей точную. Построенные таким образом решения могут оказываться полезными при получении качественных свойств решений контактных задач для материалов сложных реологий и контактных условий.

Ключевые слова: система двумерных интегральных уравнений Винера – Хопфа, контактные задачи, клиновидная область, функционально-коммутативные матрицы-функции.

SOLUTION OF A SYSTEM OF TWO-DIMENSIONAL WIENER-HOPF INTEGRAL EQUATIONS IN A RECTANGULAR WEDGE WITH A FUNCTIONALLY COMMUTATIVE KERNEL SYMBOL

M.V. Zaretskaya¹, A.S. Mukhin¹

Abstract. The paper provides a solution to finite systems of two-dimensional Wiener-Hopf integral equations, which have important applications in mixed, including contact problems. In particular, the equation describing the contact problem of the effect of a rigid stamp in a quarter plane on an anisotropic deformable medium of arbitrary rheology is considered under the assumption of functional commutativity of the symbol matrix, approximating the exact one. Solutions constructed in this way can be useful in obtaining qualitative properties of solutions to contact problems for materials of complex rheology and contact conditions.

Keywords: system of two-dimensional Wiener-Hopf integral equations, contact problems, wedge-shaped domain, functionally commutative matrix functions.

¹ Кубанский государственный университет (Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation), Российская Федерация, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149, e-mail: babeshko41@mail.ru

1. Кристенсен Р.М. 1982. *Введение в механику композитов*. М., Мир: 334 с.
2. Kushch V.I. 2013. *Micromechanics of composites: multipole expansion approach*. Oxford, Waltham, Elsevier Butterworth-Heinemann: 489 p. doi: 10.1016/C2012-0-03565-X
3. Гузь А.Н., Акбаров С.Д. 1995. *Механика материалов с искривленными структурами*. Киев, Наукова думка: 320 с.
4. Гузь А.Н., Томашевский В.Т., Шульга Н.А., Яковлев В.С. 1988. *Технологические напряжения и деформации в композитных материалах*. Киев, Наукова думка: 272 с.
5. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г. 1988. *Акустоэлектромагнитоупругость*. Киев, Наукова думка: 288 с.
6. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. 2008. *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов*. М., Физматлит: 352 с.
7. Калинин В.В., Белянкова Т.И. 2008. *Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел*. М., Физматлит: 240 с.
8. Бребия К., Теллес Ж., Вробел Л. 1987. *Методы граничных элементов*. М., Мир: 524 с.
9. Горячева И.Г. 2001. *Механика фрикционного взаимодействия*. М., Наука: 478 с.
10. Колесников В.И., Беляк О.А. 2021. *Математические модели и экспериментальные исследования – основа конструирования гетерогенных антифрикционных материалов*. М., Физматлит: 265 с.
11. Ворович И.И., Бабешко В.А. 1979. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М., Наука: 320 с.
12. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2022. Точное решение универсальным методом моделирования контактной задачи в четверти плоскости многослойной среды. *Прикладная математика и механика*. 86(5): 628–637. doi: 10.31857/S0032823522050046
1. Christensen R.M. 1982. *Vvedenie v mekhaniku kompozitov*. [Introduction to the mechanics of composites]. Moscow, Mir: 334 p. (In Russian).
2. Kushch V.I. 2013. *Micromechanics of composites: multipole expansion approach*. Oxford, Waltham, Elsevier Butterworth-Heinemann: 489 p. doi: 10.1016/C2012-0-03565-X
3. Guz' A.N., Akbarov S.D. 1995. *Mekhanika materialov s iskrivlennymi strukturami*. [Mechanics of materials with curved structures]. Kiev, Naukova dumka: 320 p. (In Russian).
4. Guz' A.N., Tomashevskiy V.T., Shul'ga N.A., Yakovlev V.S. 1988. *Tekhnologicheskie napryazheniya i deformatsii v kompozitnykh materialakh*. [Technological stresses and deformations in composite materials]. Kiev, Naukova dumka: 272 p. (In Russian).
5. Guz' A.N., Makhort F.G. 1988. *Akustoelektromagnitoupругost'*. [Acoustoelectromagnetoelasticity]. Kiev, Naukova dumka: 288 p. (In Russian).
6. Bazhenov V.G., Igumnov L.A. 2008. *Metody granichnykh integral'nykh uravneniy i granichnykh elementov*. [Methods of boundary integral equations and boundary elements]. Moscow, Fizmatlit: 352 p. (In Russian).
7. Kalinchuk V.V., Belyankova T.I. 2008. *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritel'no napryazhennykh tel*. [Dynamic contact problems for prestressed bodies]. Moscow, Fizmatlit: 240 p. (In Russian).
8. Brebbia K., Telles J., Vroubel L. 1987. *Metody granichnykh elementov*. [Methods of boundary elements]. Moscow, Mir: 524 p. (In Russian).
9. Goryacheva I.G. 2001. *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya*. [Mechanics of frictional interaction]. Moscow, Nauka: 478 p. (In Russian).
10. Kolesnikov V.I., Belyak O.A. 2021. *Matematicheskie modeli i eksperimental'nye issledovaniya – osnova konstruirovaniya geterogennykh antifriktsionnykh materialov*. [Mathematical models and experimental studies – the basis for the design of heterogeneous antifriction materials]. Moscow, Fizmatlit: 265 p. (In Russian).

11. Vorovich I.I., Babeshko V.A. 1979. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey.* [Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classic domains]. Moscow, Nauka: 320 p. (In Russian).
12. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2022. Exact solution to the contact problem in a quarter-plane of a multilayer medium by the universal simulation method. *Mechanics of Solids.* 57(8): 2058–2065. doi: 10.3103/S0025654422080039