

УДК 539.3
DOI: 10.7868/S25000640250203

О КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧЕ С СИСТЕМОЙ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ШТАМПОВ

© 2025 г. В.С. Евдокимов¹, О.М. Бабешко¹

Аннотация. Контактные задачи с деформируемыми штампами с целью построения высокоточных решений практически не исследованы. Проблема состоит в сложности решения граничной задачи для деформируемого штампа.

Один из подходов для построения решения такой контактной задачи состоит в разложении решения граничной задачи для штампа по собственным функциям, отвечающим граничной задаче. Однако если область постановки граничной задачи является неклассической, а реология материала сложная, то такая контактная задача имеет труднопреодолимые сложности.

Другой подход для построения высокоточного решения контактной задачи с деформируемым штампом состоит в привлечении новых топологических методов исследования и решения граничных задач для штампов – это метод блочного элемента. Однако здесь надо иметь в виду, что доступные для аналитического построения блочных элементов неклассические области достаточно ограничены. Тем не менее их можно использовать как аппроксимирующие более сложные в связи с практической важностью контактных задач, в том числе динамических, в инженерной практике.

Метод блочного элемента имеет достоинства в контактных задачах с деформируемыми штампами. Они состоят в следующем. Суммой решений отдельных граничных задач для деформируемых штампов простой реологии можно представить решение граничной задачи для системы дифференциальных уравнений. Однако это не единственное достоинство блочных элементов в контактных задачах с деформируемыми штампами. Можно решать контактные задачи с деформируемым штампом в тех неклассических областях, в которых удастся построить блочные элементы. К ним относятся полуплоскости, четверти плоскостей, полуполосы, круги, секторы, клиновидные области, полосы, прямоугольники. Области весьма естественно согласуются с интегральным уравнением Винера – Хопфа, участвующим в описании контакта деформируемого штампа с деформируемым основанием в области контакта. Постановка и метод решения контактной задачи с деформируемым штампом описанным выше подходом позволяет выявлять уравнения резонансных частот.

Ключевые слова: деформируемые штампы, блочные топологии, уравнение Винера – Хопфа, контактные и смешанные задачи.

ABOUT THE CONTACT PROBLEM WITH THE SYSTEM DEFORMABLE STAMPS

V.S. Evdokimov¹, O.M. Babeshko¹

Abstract. Contact problems with deformable dies, in order to build high-precision solutions, have not been practically investigated. The problem is the complexity of solving the boundary value problem for a deformable die. One of the approaches for constructing a solution to such a contact problem is to decompose the solution of the boundary value problem for a stamp into eigenfunctions corresponding to the boundary value problem. However, if the domain of the boundary value problem is nonclassical, and the rheology of the material is complex, then such a contact problem has difficulties. Another approach for constructing a high-precision solution to the contact problem with a deformable die is to use new topological research methods and

¹ Кубанский государственный университет (Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation), Российская Федерация, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149, e-mail: evdok_vova@mail.ru, babeshko41@mail.ru

solve boundary problems for stamps – this is the block element method. However, it should be borne in mind here that the nonclassical areas available for the analytical construction of block elements are quite limited. Nevertheless, they can be used as approximating more complex ones, due to the practical importance of contact problems, including dynamic ones, in engineering practice. The block element method has advantages in contact problems with deformable dies. They are as follows. The sum of solutions of individual boundary value problems for deformable stamps of simple rheology, could be solving a boundary value problem for a system of differential equations. However, this is not the only advantage of block elements in contact problems with deformable dies. It is possible to solve contact problems with a deformable die in those non-classical areas in which it is possible to build block elements. These include half planes, quarter planes, half stripes, circles, sectors, wedge-shaped areas, stripes, and rectangles. This is very naturally consistent with the Wiener-Hopf integral equation, which is involved in describing the contact of a deformable die with a deformable base in the contact area. Formulation and method of solving the contact problem with a deformable die, using the approach described above, allow to identify the equations of resonant frequencies.

Keywords: deformable dies, block topologies, Wiener-Hopf equation, contact and mixed problems.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ворович И.И., Бабешко В.А. 1979. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М., Наука: 320 с.
2. Горячева И.Г. 2001. *Механика фрикционного взаимодействия*. М., Наука: 478 с.
3. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. 2008. *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов*. М., Физматлит: 352 с.
4. Калинин В.В., Белянкова Т.И. 2008. *Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел*. М., Физматлит: 240 с.
5. Колесников В.И., Беляк О.А. 2021. *Математические модели и экспериментальные исследования – основа конструирования гетерогенных антифрикционных материалов*. М., Физматлит: 265 с.
6. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2022. О контактных задачах с деформируемым штампом. *Проблемы прочности и пластичности*. 84(1): 25–34. doi: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-25-34
7. Arhore E.G., Yasaee M., Dayyani I. 2021. Comparison of GA and topology optimization of adherend for adhesively bonded metal composite joints. *International Journal of Solids and Structures*. 226–227: 11107. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111078

8. Fernandez L., Novotny A.A., Prakash R., Sokołowski J. 2021. Pollution sources reconstruction based on the topological derivative method. *Applied Mathematics & Optimization*. 84: 1493–1525. doi: 10.1007/s00245-020-09685-0
9. Gonçalves J.F., Moreira J.B.D., Salas R.A., Ghorbani M.M., Rubio W.M., Silva E.C.N. 2020. Identification problem of acoustic media in the frequency domain based on the topology optimization method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 62: 1041–1059. doi: 10.1007/s00158-020-02638-9
10. Huang M., Li X., Lei Y., Gu J. 2020. Structural damage identification based on modal frequency strain energy assurance criterion and flexibility using enhanced Moth-Flame optimization. *Structures*. 28: 1119–1136. doi: 10.1016/j.istruc.2020.08.085
11. Pena M., Rapún M.-L. 2020. Application of the topological derivation to post-processing infrared time-harmonic thermograms for defect detection. *Journal of Mathematics in Industry*. 10: 4. doi: 10.1186/s13362-020-0072-9
12. Xavier M., Van Goethem N., Novotny A.A. 2020. Hydro-mechanical fracture modeling governed by the topological derivatives. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 365: 112974. doi: 10.1016/j.cma.2020.112974
13. Awrejcewicz J., Krysko A.V., Mitskevich S.A., Zhigalov M.V., Krysko V.A. 2021. Nonlinear dynamics of heterogeneous shells Part 1. Statics and dynamics of heterogeneous variable stiffness shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 130: 103669. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103669
14. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2021. Блочные элементы в граничных задачах для систем дифференциальных уравнений механики и физики в неклассических областях. *Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки*. 498(1): 33–39. doi: 10.31857/S2686740021030032
5. Kolesnikov V.I., Belyak O.A. 2021. *Matematicheskie modeli i eksperimental'nye issledovaniya – osnova konstruirovaniya geterogennykh antifriktsionnykh materialov*. [Mathematical models and experimental studies – the basis for the design of heterogeneous antifriction materials]. Moscow, Fizmatlit: 265 p. (In Russian).
6. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2022. [On contact problems with deformable stamp]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 84(1): 25–34. (In Russian). doi: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-25-34
7. Arhore E.G., Yasae M., Dayyani I. 2021. Comparison of GA and topology optimization of adherend for adhesively bonded metal composite joints. *International Journal of Solids and Structures*. 226–227: 11107. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111078
8. Fernandez L., Novotny A.A., Prakash R., Sokołowski J. 2021. Pollution sources reconstruction based on the topological derivative method. *Applied Mathematics & Optimization*. 84: 1493–1525. doi: 10.1007/s00245-020-09685-0
9. Gonçalves J.F., Moreira J.B.D., Salas R.A., Ghorbani M.M., Rubio W.M., Silva E.C.N. 2020. Identification problem of acoustic media in the frequency domain based on the topology optimization method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 62: 1041–1059. doi: 10.1007/s00158-020-02638-9
10. Huang M., Li X., Lei Y., Gu J. 2020. Structural damage identification based on modal frequency strain energy assurance criterion and flexibility using enhanced Moth-Flame optimization. *Structures*. 28: 1119–1136. doi: 10.1016/j.istruc.2020.08.085
11. Pena M., Rapún M.-L. 2020. Application of the topological derivation to post-processing infrared time-harmonic thermograms for defect detection. *Journal of Mathematics in Industry*. 10: 4. doi: 10.1186/s13362-020-0072-9
12. Xavier M., Van Goethem N., Novotny A.A. 2020. Hydro-mechanical fracture modeling governed by the topological derivatives. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 365: 112974. doi: 10.1016/j.cma.2020.112974
13. Awrejcewicz J., Krysko A.V., Mitskevich S.A., Zhigalov M.V., Krysko V.A. 2021. Nonlinear dynamics of heterogeneous shells Part 1. Statics and dynamics of heterogeneous variable stiffness shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 130: 103669. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103669
14. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2021. Block elements in boundary-value problems for sets of differential equations of mechanics and physics in non-classical domains. *Doklady Physics*. 66(6): 169–174. doi: 10.1134/S102833582106001X

REFERENCES

1. Vorovich I.I., Babeshko V.A. 1979. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey*. [Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classical domains]. Moscow, Nauka: 320 p. (In Russian).
2. Goryacheva I.G. 2001. *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya*. [Mechanics of frictional interaction]. Moscow, Nauka: 478 p. (In Russian).
3. Bazhenov V.G., Igumnov L.A. 2008. *Metody granichnykh integral'nykh uravneniy i granichnykh elementov*. [Methods of boundary integral equations and boundary elements]. Moscow, Fizmatlit: 352 p. (In Russian).
4. Kalinchuk V.V., Belyankova T.I. 2008. *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritel'no napryazhennykh tel*. [Dynamic contact problems for prestressed bodies]. Moscow, Fizmatlit: 240 p. (In Russian).