

УДК 539.3
DOI: 10.7868/S25000640260302

УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТАВНОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА С ВЫСОКОПОРИСТОЙ СЕРДЦЕВИНОЙ И ПРЕДНАПРЯЖЕННЫМ ОДНОРОДНЫМ ПОКРЫТИЕМ

© 2026 г. Д.Н. Шейдаков¹, И.Б. Михайлова¹

Аннотация. Работа посвящена исследованию бифуркации равновесия составных нелинейно-упругих круговых цилиндров, которые являются распространенными элементами многих инженерных конструкций. В рамках общей теории проанализирована потеря устойчивости двухкомпонентного цилиндрического стержня при осевом сжатии и внешнем давлении. При этом полагалось, что его внутренняя часть (сердцевина) выполнена из высокопористого материала, а внешняя часть (покрытие) однородна, предварительно деформирована и содержит внутренние напряжения. В ходе моделирования рассмотренного составного стержня применен оригинальный подход: для описания поведения пористой сердцевины использовались определяющие уравнения нелинейного континуума Коссера, а деформирование покрытия исследовалось в рамках классической теории упругости, что позволило более детально учесть влияние микроструктуры материала. С помощью формул преобразования определяющих соотношений при изменении отсчетной конфигурации для модели физически линейного материала получены уравнения нейтрального равновесия, описывающие поведение двухкомпонентного цилиндрического стержня с высокопористой сердцевиной и преднапряженным однородным покрытием в возмущенном состоянии. Специальная подстановка позволяет свести анализ его устойчивости к решению линейной однородной краевой задачи для системы девяти обыкновенных дифференциальных уравнений. В результате численных расчетов для составного кругового цилиндра с сердцевиной из плотной полиуретановой пены и покрытием из поликарбоната установлено, что предварительное растяжение покрытия стабилизирует рассмотренную деформацию цилиндра, в то время как влияние предварительного сжатия покрытия негативно.

Ключевые слова: нелинейная упругость, устойчивость деформации, микрополярная среда, внутренние напряжения, составной цилиндрический стержень, пористая сердцевина, преднапряженное покрытие.

STABILITY OF COMPOSITE CIRCULAR CYLINDER WITH HIGHLY POROUS CORE AND PRESTRESSED UNIFORM COATING

D.N. Sheydakov¹, I.B. Mikhailova¹

Abstract. This paper is dedicated to studying the equilibrium bifurcation of composite nonlinearly elastic circular cylinders, which are common elements of many engineering structures. Within the framework of a general theory, the buckling is analyzed for a two-component cylindrical rod under axial compression and external pressure. It is assumed that its inner part (core) is made of a highly porous material, while the outer part (coating) is homogeneous, pre-strained and contain internal stresses. An original approach is taken during the modeling of the composite rod under consideration: the governing equations of the nonlinear Cosserat continuum are used to describe the behavior of the porous core, and the deformation of the coating is studied within the framework of classical elasticity theory, which made it possible to take into account the influence of material microstructure in more detail. Using formulas for transforming the constitutive relations when changing the reference configuration,

¹ Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук (Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: sheidakov@mail.ru

neutral equilibrium equations were obtained for the model of a physically linear material that describe the behavior of a two-component cylindrical rod with a highly porous core and a prestressed uniform coating in a perturbed state. A special substitution allows us to reduce its stability analysis to solving a linear homogeneous boundary value problem for a system of nine ordinary differential equations. As a result of numerical calculations for a composite circular cylinder with a core made of dense polyurethane foam and a polycarbonate coating, it was found that preliminary tension of the coating stabilizes the considered deformation of the cylinder, while the effect of preliminary compression of the coating is negative.

Keywords: nonlinear elasticity, deformation stability, micropolar medium, internal stresses, composite cylindrical rod, porous core, prestressed coating.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

1. Gibson L.J., Ashby M.F. 1997. *Cellular solids: structure and properties*, 2nd edition. Cambridge, Cambridge University Press: 532 p.
2. Ashby M.F., Evans A.G., Fleck N.A., Gibson L.J., Hutchinson J.W., Wadley H.N.G. 2000. *Metal foams: a design guide*. Boston, Butterworth-Heinemann: 251 p.
3. *Handbook of cellular metals. Production, Processing, Applications*. 2002. Weinheim, Wiley-VCH: 398 p.
4. Cosserat E., Cosserat F. 1909. *Theorie des Corps Deformables*. Paris, Librairie Scientifique A. Hermann et Fils: 242 p.
5. Eringen A.C. 1999. *Microcontinuum field theory. I. Foundations and solids*. New York, Springer: 348 p.
6. *Discrete and continuum models for complex metamaterials*. 2020. Cambridge, Cambridge University Press: 406 p.
7. Vilchevskaya E.N., Müller W.H., Eremeyev V.A. 2022. Extended micropolar approach within the framework of 3M theories and variations thereof. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 34: 533–554. doi: 10.1007/s00161-021-01072-6
8. Skrzat A., Eremeyev V.A. 2020. On the effective properties of foams in the framework of the couple stress theory. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 32: 1779–1801. doi: 10.1007/s00161-020-00880-6
9. Lakes R.S. 2023. Nonclassical cosserat bending deformation of foams via holographic interferometry. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*. 74(4): 153. doi: 10.1007/s00033-023-02046-1
10. Levin V.A., Zubov L.M., Zingerman K.M. 2021. An exact solution to the problem of biaxial loading of a micropolar elastic plate made by joining two prestrained arc-shaped layers under large strains. *European Journal of Mechanics – A/Solids*. 88: 104237. doi: 10.1016/j.euromechsol.2021.104237
11. Eremeev V.V., Zubov L.M. 2017. Buckling of a two-layered circular plate with a prestressed layer. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 22(4): 773–781. doi: 10.1177/1081286515612527

12. Sheydakov D.N. 2021. Stability of circular micropolar rod with prestressed two-layer coating. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 33: 1313–1329. doi: 10.1007/s00161-020-00968-z
13. Lurie A.I. 1990. *Non-linear theory of elasticity*. Amsterdam, North-Holland: 617 p.
14. Zubov L.M. 1997. *Nonlinear theory of dislocations and disclinations in elastic bodies*. Berlin, Springer: 205 p.
15. Zubov L.M. 2016. Universal deformations of micropolar isotropic elastic solids. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 21(2): 152–167. doi: 10.1177/1081286515577036
16. Pietraszkiewicz W., Eremeyev V.A. 2009. On natural strain measures of the non-linear micropolar continuum. *International Journal of Solids and Structures*. 46(3–4): 774–787. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2008.09.027
17. Eremeyev V.A., Zubov L.M. 1994. On the stability of elastic bodies with couple-stresses. *Mechanics of Solids*. 29(3): 172–181.
18. Truesdell C. 1977. *A first course in rational continuum mechanics*. New York, Academic Press: 280 p.
19. Lakes R. 1995. Experimental methods for study of Cosserat elastic solids and other generalized elastic continua. In: *Continuum models for materials with micro-structure*. New York, Wiley: 1–22.
20. Sheydakov D.N., Lyzhov V.A. 2023. Stability of circular sandwich plate with porous core and prestressed uniform coatings. In: *Advanced structured materials. Vol. 198. Advances in linear and nonlinear continuum and structural mechanics*. Cham, Springer-Verlag: 443–459. doi: 10.1007/978-3-031-43210-1_24
21. Sheydakov D.N. 2011. Buckling of elastic composite rods of micropolar material subjected to combined loads. In: *Advanced structured materials. Vol. 7. Mechanics of generalized continua*. Berlin, Springer-Verlag: 255–271. doi: 10.1007/978-3-642-19219-7_13

Поступила 17.04.2026

Принята 29.06.2026